UNIDAD DIDÁCTICA DE MATEMÁTICAS - GRADO ||°

TEMA: FUNCIONES

Conocimientos previos:

Conjuntos numéricos, números reales y la recta real, desigualdades, intervalos, inecuaciones, valor absoluto, solución de ecuaciones lineales y cuadráticas, factorización, función, dominio, rango, representación grafica en el plano cartesiano.

Serán trabajados en un tiempo de seis semanas. Trabajados así: Temas serán trabajados por sesiones, una sesión con un tiempo de 4 horas por semana.

https://tecevolucion.files.wordpress.com/2018/01/matematicas-11c2ba-vamos-a-aprender.pdf

Usaremos ese libro para resolver los talleres y revisar la teoría. Son los mismos que están en la institución.

Algunos ejemplos fueron tomados de la siguiente página, en ella encontraras mas ejemplos y temas para complementar.

http://calculo.cc/temas/temas_bachillerato/primero_ciencias_sociales/funciones/ind_funciones.html

OBJETIVOS:

Reconocer la importancia del concepto de función dentro de la matemática y su utilización para modelar situaciones de la vida diaria.

Analizar las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas de las gráficas de algunas funciones.

Reconocer las propiedades de diferentes tipos de funciones

Realizar operaciones entre funciones y construir gráficas.

CONTENIDOS DE APRENDIZAJE:

Se tiene en cuenta los temas trabajados en el primer periodo que son aplicados en todos los temas de esta unidad, también los temas de años anteriores como son: factorización, operaciones entre los números reales como suma, diferencia, multiplicación, división, potenciación y radicación.

Para tener una comprensión de los temas se desarrollarán las explicaciones pertinentes y se apoyara en talleres para una ejercitación de las temáticas. Se complementan con videos los cuales serán una manera de complementar las explicaciones.

La actitud frente al trabajo en clase será tenidos presentes al momento de evaluar la asignatura. Mostrar responsabilidad y respeto. Colaborar entre los compañeros que presentes dificultades y preguntar en las clases para aclarar dudas y que sirva de apoyo para todo el grupo.

Actuar de manera honesta en la presentación de trabajos y evaluaciones.

Entregarán los ejercicios que sean asignados, los demás serán de ejercitación.

Funciones

- **Algebráicas**
  - **Polinómicas:** $f(x) = 3x^3 - x^2 + 2x - 1$
  - **Racionales:** $f(x) = \dfrac{4x + 3}{x^2 - 1}$
  - **Irracionales:** $f(x) = \sqrt{x^2 + 9}$
- **Transcendentes**
  - **Exponenciales:** $f(x) = 3^x$
  - **Logarítmicas:** $f(x) = \log_5 x$
  - **Trigonométricas:** $f(x) = \operatorname{sen} 2x$
- **A trozos** $f(x) = |x|$

LAS FUNCIONES REALES: (sección 1 y 2- 4 horas semanales, total 8 horas)

Los siguientes videos apoyan la teoría descrita a continuación.

https://www.youtube.com/watch?v=AoZpzAoC1Qg, https://www.youtube.com/watch?v=4cP5oXkv7BM función lineal explicación de un ejercicio.

https://www.youtube.com/watch?v=A7OrJ8IlIeE, función cuadrática.

Puntos de corte con los ejes. Signo de una función.

Apoyarse en el libro pagina 34, para la teoría.

Los **puntos de corte** de una función f con el eje x, se realiza hallando f(x) = 0 y el unto de corte con el eje y, se realiza halando f(0)

EJEMPLO:

Determina los puntos de corte con los ejes de las siguientes funciones:

a) y = 2x - 1 b) y = 5 - x

a) $y = 2x - 1$

Puntos de corte con el eje X $\rightarrow$ $y = 0$

$$y = 2x - 1 \Rightarrow 0 = 2x - 1 \Rightarrow 1 = 2x \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

El punto será por tanto: $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

Puntos de corte con el eje Y $\rightarrow$ $x = 0$

$$y = 2x - 1 \Rightarrow y = 2 \cdot 0 - 1 \Rightarrow y = -1$$

El punto será por tanto: $(0, -1)$

b) $y = 5 - x$

Puntos de corte con el eje X $\rightarrow$ $y = 0$

$$y = 5 - x \Rightarrow 0 = 5 - x \Rightarrow x = 5$$

El punto será por tanto: $(5, 0)$

Puntos de corte con el eje Y $\rightarrow$ $x = 0$

$$y = 5 - x \Rightarrow y = 5 - 0 \Rightarrow y = 5$$

El punto será por tanto: $(0, 5)$

Signo de una función o intervalos de signo constante

Para representar gráficamente una función es útil saber en qué intervalos su gráfica está por encima o por debajo del eje X.

- Si la gráfica va por encima: **f(x) > 0**
- Si va por debajo: **f(x) < 0**

Para ello, se deben hallar los puntos de corte de la función con el eje X y los puntos de discontinuidad. Después se estudia el signo de la función en los distintos intervalos en que ha quedado dividido dicho eje.

Ejemplo de signo de una función

Hallar los puntos de corte con los ejes y el signo de la función:

$$f(x) = \frac{x-2}{x-5}$$

Corte con el eje X:

$$f(x)=0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{x-2}{x-5}=0 \quad \Leftrightarrow \quad x-2=0 \quad \Leftrightarrow \quad x=2$$

El punto de corte con el eje X es: (2 , 0)

x-5 no puede ser cero. En x=5 es una discontinuidad.

Corte con el eje Y:

$$f(0) = \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}$$

El punto de corte con el eje Y es: (0 , 2/5)

Signo de f(x):

Calculamos las raíces del numerador y del denominador:

x - 2 = 0 ⇔ x = 2

x - 5 = 0 ⇔ x = 5

Estudiamos el signo de la función en los intervalos:

(-∞ , 2) , (2 , 5) , (5 , ∞)

- (-∞ , 2): x = 0 ⇒ x - 2 = - 2 < 0

$x - 5 = -5 < 0$

- $(2, 5)$: $x = 3 \Rightarrow x - 2 = 3 - 2 = 1 > 0$

  $x - 5 = 3 - 5 = -2 < 0$

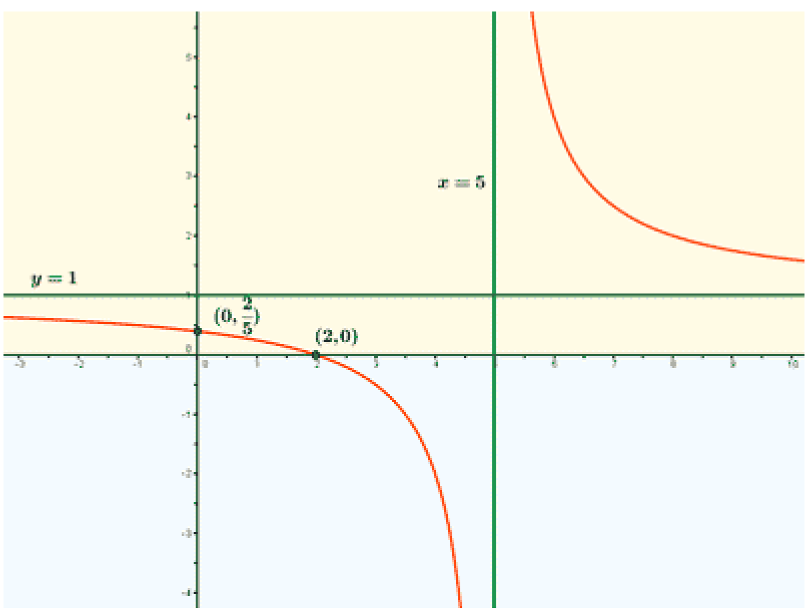
- $(5, \infty)$: $x = 6 \Rightarrow x - 2 = 6 - 2 = 4 > 0$

  $x - 5 = 6 - 5 = 1 > 0$

	(-∞ , 2)	(2 , 5)	(5 , ∞)
x - 2	-	+	+
x - 5	-	-	+
f(x)	+	-	+

Observando la tabla se deduce que:

- **f está por encima del eje X en: $(-\infty, 2) \cup (5, \infty)$**
- **f está por debajo del eje X en: $(2, 5)$**



SIMETRÍA

Libro virtual: Página 36.

https://www.youtube.com/watch?v=UlD9kTKo7c8. Ver el video explicativo.

https://www.youtube.com/watch?v=kabnjBXPsWU. Ver el video explicativo.

Funciones pares

Una función f es **simétrica respecto al eje de ordenadas** (Y) si verifica que:

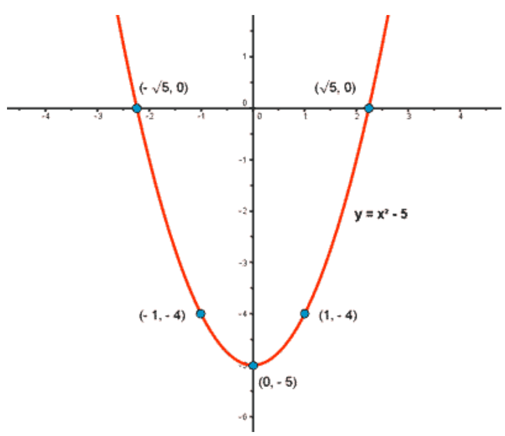
$$f(-x) = f(x) \quad \text{para todo} \quad x \in \text{Dom}\,(f)$$

Las funciones simétricas respecto al eje de ordenadas se denominan **funciones pares.**

$f(- x) = (- x)^2 - 5 = x^2 - 5$

$f(- x) = f(x)$

Por lo tanto se cumple la condición de función par.



Funciones impares

Una función f es **simétrica respecto al origen de coordenadas** si verifica que:

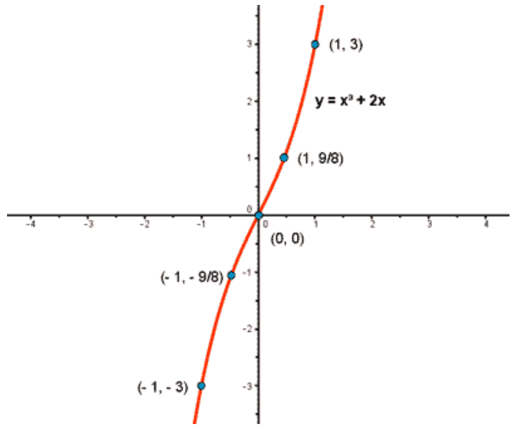
$$f(-x) = -f(x) \quad \text{para todo} \quad x \in \text{Dom}(f)$$

Las funciones simétricas respecto al origen de coordenadas se denominan **funciones impares.**

$f(- x) = (- x)^3 + 2\cdot(- x) = - x^3 - 2x = - (x^3 + 2x)$

$f(- x) = - f(x)$

Por lo tanto se cumple la condición de función impar.



Función que no es par ni impar

La función $f(x) = x^2 - 3x$ **no es ni par ni impar**, puesto que:

$f(-x) = (-x)^2 - 3\cdot(-x) = x^2 + 3x$, por lo tanto $f(-x) \neq \pm f(x)$

Funciones polinómicas

Libro virtual página 38.

Apoyarse en los ejemplos del libro, páginas 38;39.

En la pagina 40 hay un ejemplo que lo pueden desarrollar aplicando GeoGebra, lo pueden descargar y usar. Para una mayor comprensión.

Son aquellas definidas de la forma f(x) = Expresión algebraica en x. una regla determinada por expresiones como:

Función polinómica: Constante, lineal, cuadrática, polinómica general.

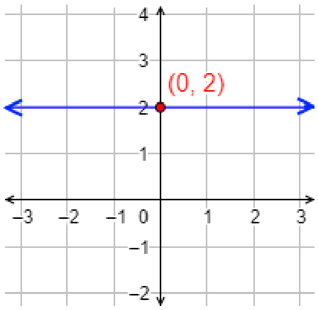
La **forma general** de una **función polinómica** de grado $n \in N$ es $f(x) = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + \ldots + a_nx^n$, con $a_n \neq 0$.

Ejemplo:

Función constante: $y = f(x) = k$, es un numero real fijo, esta función asigna a cada valor de x la misma imagen k.

Ejemplo: f(x) siempre toma el valor de 2, por eso es una recta horizontal, mientras que los valores de x son todos los números reales.

$$f(x) = 2$$



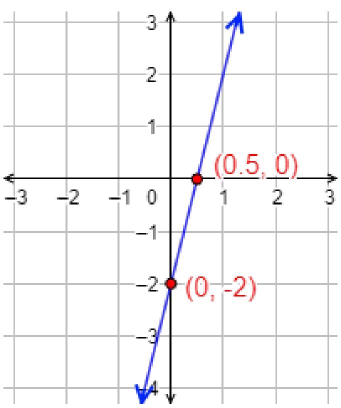
Función lineal: $f(x) = mx + n$, donde m y n son números reales fijos.

Los números reales m es la pendiente de la recta y n es el intercepto con el eje y.

RecErdar que para graficar la línea recta basta con hallar dos puntos.

ejemplo

$$f(x) = 4x - 2$$



Función cuadrática

$$f(x) = ax^2 + bx + c,$$

Donde a, b, c son números reales y a diferente de cero.

La gráfica es una **parábola**. Tiene forma de ∪ si a>0 y forma de ∩ si a<0.

Una función cuadrática corta al eje de ordenadas (eje y) en el punto (0,c).

Puede cortar al eje de abscisas en dos, uno o ningún punto, dependiendo del número de soluciones reales de la ecuación cuadrática asociada, $ax^2+bx+c = 0$

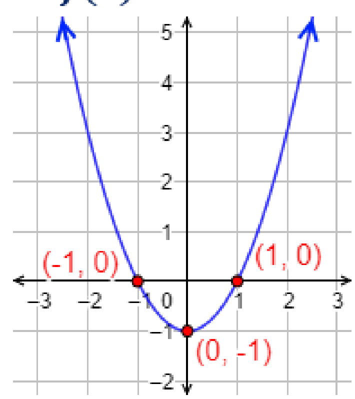
El cociente $\frac{-b}{2a}$ nos permite localizar las abscisa del vértice de la parábola, es decir : $\boldsymbol{x = -\frac{b}{2a}}$

Toda función cuadrática presenta un extremo absoluto (máximo o mínimo) en

$$\boldsymbol{x = -\frac{b}{2a}}$$

Ejemplo

$$\boldsymbol{f(x) = x^2 - 1}$$



El punto de corte con el eje de ordenadas es $(0,-1)$. El vértice de la parábola también es $(0,-1)$.

Los puntos de corte con el eje de abscisas son $(-1,0)$ y(1,0). Observad que las primeras coordenadas son $x=-1$ y $x=1$, que son las soluciones de la ecuación cuadrática x^2-1=0

Problema 1

Hallar una función cuadrática, f, que corte al eje de abscisas en los puntos A=(1,0) y B=(2,0) y una función lineal, g, que pase por el punto B y por el punto de corte de f con el eje de ordenadas.

La siguiente función cuadrática tiene los puntos de corte A y B:

$$f(x)=(x-1)(x-2)=$$
$$=x^2-3x+2$$

Corta al eje de ordenadas en el punto

$$(0,f(0)) = (0,2)$$

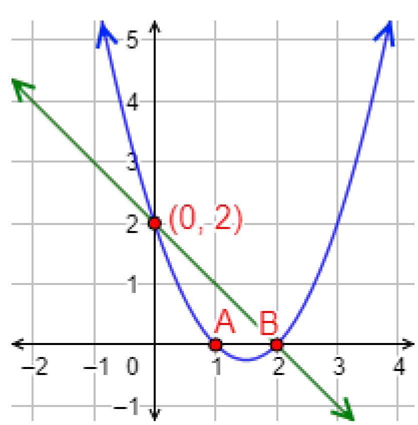
Para hallar una función lineal que pase por el punto B y el punto (0,2), sólo tenemos que sustituir las coordenadas de estos puntos en la forma general de la función y resolver el sistema:

$$g(x)=mx+n$$
$$0=g(2)=2m+n$$
$$2=g(0)=n$$

La solución del sistema es n=2n=2 y m=−1m=−1, así que se trata de la recta

$$g(x) = -x+2$$

Gráficas:



Problema 2

La forma canónica de una ecuación cuadrática es

$$f(x)=a(x-h)^2+k$$

siendo (h,k)) el punto de su vértice.

Hallar la forma canónica de la siguiente función:

$$f(x)=2x^2-8x+3$$

Los coeficientes son $a=2$, $b=-8$ y $c=3$

La primera coordenada del vértice es

$$x=-\frac{b}{2a}=$$
$$=-\frac{-8}{2\cdot 2}=2$$

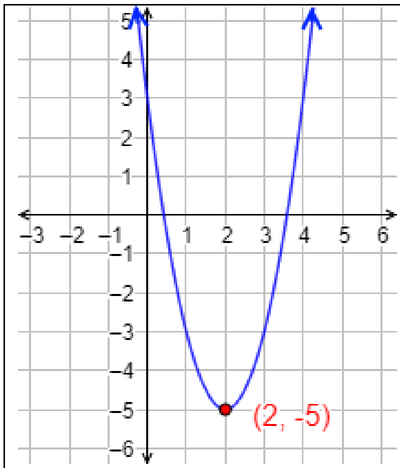
Calculamos la segunda coordenada:

$$f(2)=$$
$$=2\cdot 2^2-8\cdot 2+3=$$
$$=8-16+3=-5$$

El vértice es $(2,-5)$

Por tanto, la forma canónica es

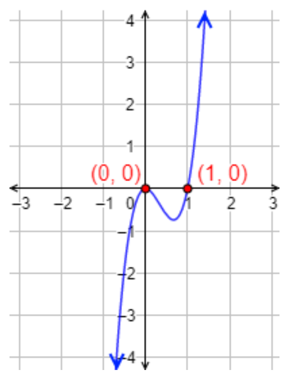
$$f(x)=2(x-2)^2-5$$



FUNCIONES POLINÓMICAS MAYOR QUE 2.

Ejemplo

$f(x) = 5x^3 - 5x^2$



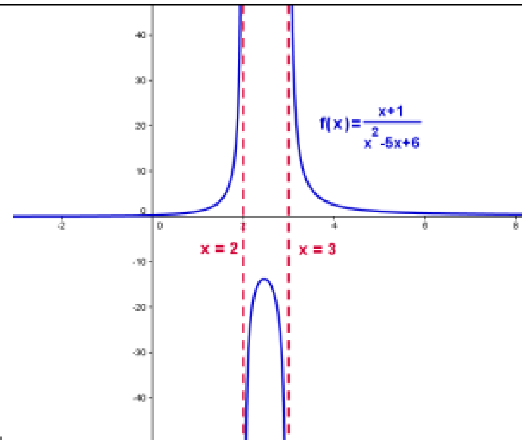
Los puntos de corte con el eje de abscisas son $(0{,}0)$ y $(1{,}0)$.

El punto de corte con el eje de ordenadas es $(0{,}0)$.

FUNCIONES RACIONALES.

https://www.youtube.com/watch?v=4PWf27vLNQs. Ver video.

Las funciones racionales son de la forma razón entre dos expresiones P(x)/q(x)



ejemplos para que las entiendas mejor. Una función es racional si:

Cuando se hace la gráfica de una función racional es importante saber:

- ¿Qué se puede decir de los valores de la función cuando x se acerca a un cero del denominador?
- ¿Qué se puede decir de los valores de la función cuando x es grande y positiva o negativa?

Asíntota vertical

La recta x = a es una asíntota vertical de la gráfica de una función si f (x) –> ∞ o f (x) –> -∞ cuando x tiende a a.

Asíntota horizontal

La recta y = c es una asíntota horizontal de la gráfica de una función si f (x) –> c cuando x –> ∞ o cuando x –> -∞

Funciones racionales (sección 3 y 4- 4 horas semanales, total 8 horas)

$$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$$

y = k/x

Dominio: $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

Rango o recorrido: $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

No tiene puntos de corte

Decreciente cuando $k > 0$

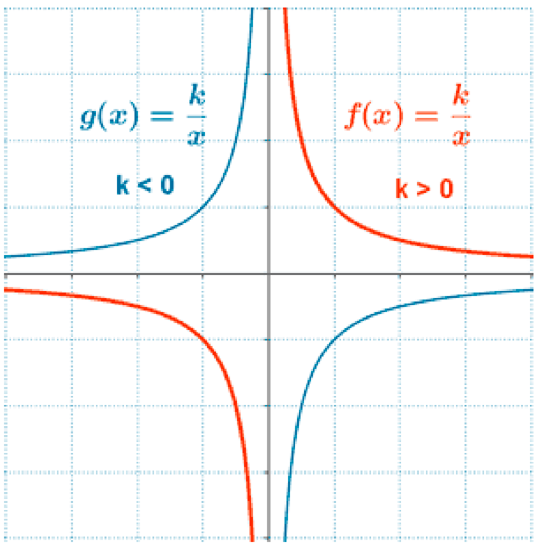
Creciente cuando $k < 0$

Función impar:

simétrica respecto al eje de coordenadas

Asintota vertical: $x = 0$ (eje OY)

Asintota horizontal: $y = 0$ (eje OX)



Funciones trascendentes:

(sección 5 y 6- 4 horas semanales, total 8 horas)

Ver video para apoyarse https://www.youtube.com/watch?v=nZvC3einJWo

Función exponencial, logarítmica, trigonométricas

Funciones exponenciales

Las **funciones exponenciales** son las funciones que tienen la variable independiente x en el exponente, es decir, son de la forma:

$f(x) = a^x$ siendo $a > 0$ y $a \neq 1$

Las **características generales** de las funciones exponenciales son:

1) El dominio de una función exponencial es R.

2) Su recorrido es $(0, +\infty)$.

3) Son funciones continuas.

4) Como $a^0 = 1$, la función siempre pasa por el punto (0, 1).

La función corta el eje Y en el punto (0, 1) y no corta el eje X.

5) Como $a^1 = a$, la función siempre pasa por el punto (1, a).

6) Si $a > 1$ la función es creciente.

Si $0 < a < 1$ la función es decreciente.
Son siempre concavas.

8) El eje X es una asíntota horizontal.

- Si $a > 1$:
  Al elevar un número mayor que 1 a cantidades negativas cada vez más grandes, el valor de la potencia se acerca a cero, por tanto:
  Cuando $x \to -\infty$, entonces $a^x \to 0$
- Si $0 < a < 1$:

  Ocurre lo contrario que en el caso anterior:

  Cuando $x \to +\infty$, entontes $a^x \to 0$

Ejemplo de funciones exponenciales:

$$\begin{cases} f(x) = 2^x \\ g(x) = 2^{-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{2^x} \end{cases}$$

1) Dominio:

El dominio de las funciones exponenciales es R.

Dom(f) = Dom(g) = R.

2) Recorrido:

El recorrido de las funciones exponenciales es $(0, +\infty)$.

Im(f) = Im(g) = $(0, +\infty)$.

3) Puntos de corte:

F (0) = $2^0 = 1$, el punto de corte con el eje Y es (0, 1).

g(0) = $-2^0 = 1$, el punto de corte con el eje Y es (0, 1).

Las funciones f(x) y g(x) no cortan al eje X.

4) Crecimiento y decrecimiento:

La función f(x) es creciente ya que $a > 1$.

La función g(x) es decreciente ya que $0 < a < 1$.

5) Concavidad y convexidad:

Las funciones f(x) y g(x) son concavas.

6) Asíntotas:

Las funciones f(x) y g(x) tienen una asintota en el eje X.

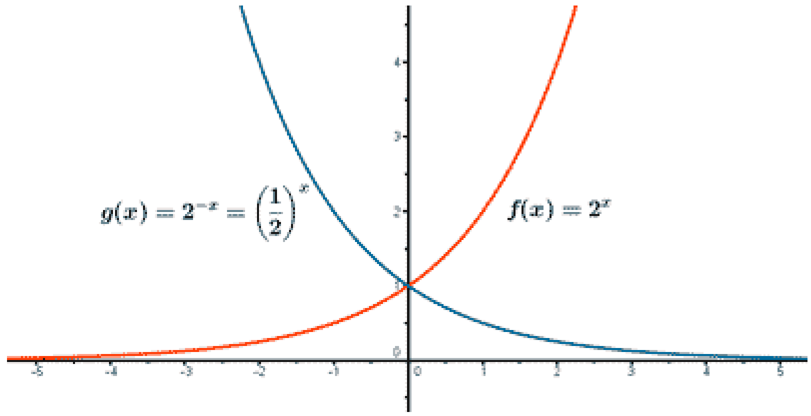
7) Tabla de valores:

$f(x) = 2^x$

x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4

$g(x) = 2^{-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

x	-2	-1	0	1	2
y	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$



Ver video de la función logarítmicas. https://www.youtube.com/watch?v=C0vUje9Uduc

Funciones logarítmicas

Las **funciones logarítmicas** son funciones del tipo:

$$f(x) = \log_a x \quad \text{siendo} \quad a > 0 \quad \text{y} \quad a \neq 1$$

Es la **inversa** de la función exponencial $f(x) = a^x$

Las **características generales** de las funciones logarítmicas son:

1) El dominio de una función logarítmica son los números reales positivos: Dom(f) = (0. + ∞) .

2) Su recorrido es R: Im(f) = R .

3) Son funciones continuas.

4) Como $\log_a 1 = 0$, la función siempre pasa por el punto (1, 0).

La función corta el eje X en el punto (1, 0) y no corta el eje Y.

5) Como $\log_a a = 1$, la función siempre pasa por el punto (a, 1).

6) Si $a > 1$ la función es creciente.

Si $0 < a < 1$ la función es decreciente.

7) Son convexas si $a > 1$.
Son concavas si $0 < a < 1$.

8) El eje Y es una asíntota vertical.

- Si a > 1:

Cuando $x \to 0^+$, entonces $\log_a x \to -\infty$

- Si $0 < a < 1$:

Cuando $x \to 0^+$, entonces $\log_a x \to +\infty$

Ejemplo de funciones logarítmicas:

$$\begin{cases} f(x) = \log_2 x \\ \\ g(x) = \log_{1/2} x \end{cases}$$

1) Dominio:

El dominio de las funciones logarítmicas es $(0, +\infty)$.

$\mathrm{Dom}(f) = \mathrm{Dom}(g) = (0, +\infty)$.

2) Recorrido:

El recorrido de las funciones logarítmicas es R.

$\mathrm{Im}(f) = \mathrm{Im}(g) = \mathbb{R}$.

3) Puntos de corte:

$f(1) = \log_2 1 = 0$, el punto de corte con el eje X es $(1, 0)$.

$g(1) = \log_{1/2} 1 = 0$, el punto de corte con el eje X es $(1, 0)$.

La funciones $f(x)$ y $g(x)$ no cortan al eje Y.

3) Crecimiento y decrecimiento:

La función $f(x)$ es creciente ya que $a > 1$.

La función $g(x)$ es decreciente ya que $0 < a < 1$.

4) Concavidad y convexidad:

La función $f(x)$ es convexa ya que $a > 1$.

La función $g(x)$ es concava ya que $0 < a < 1$.

5) Asíntotas:

Las funciones f(x) y g(x) tienen una asintota en el eje Y.

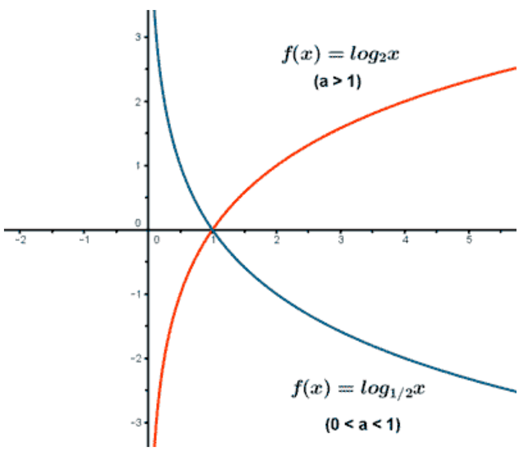
6) Tabla de valores:

$f(x) = \log_2 x$

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4
y	- 2	- 1	0	1	2

$g(x) = \log_{1/2} x$

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4
y	2	1	0	- 1	- 2



Funciones trigonométricas

Una **función trigonométrica** es aquella que da el valor de una razón trigonométrica en función del ángulo.

Las funciones trigonométricas son: **sen x** , **cos x** , **tg x** , **cotg x** , **sec x** , **cosec x**

Todas las funciones trigonométricas son periódicas.

Tema visto en grado 10°. Repaso

Función seno f(x) = senx

Dominio: $(-\infty, \infty)$

Rango o recorrido: $[-1, 1]$

Puntos de corte eje X: $(k \cdot \pi, 0)$ con $k \in \mathbb{Z}$

Puntos de corte eje Y: $(0, 0)$

Función impar:

simétrica respecto al eje de coordenadas

Función coseno f(x) = cosx

Dominio: $(-\infty, \infty)$

Rango o recorrido: $[-1, 1]$

Puntos de corte eje X: $\left(\frac{\pi}{2} + k \cdot \pi, 0\right)$ con $k \in \mathbb{Z}$

Puntos de corte eje Y: $(0, 1)$

Función par:

simétrica respecto al eje OY

Función tangente f(x) = tanX

Dominio: $\mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi \quad \text{con} \quad k \in \mathbb{Z} \right\}$

Rango o recorrido: $(-\infty, \infty)$

Periódica de periodo π

Puntos de corte eje X: $(k \cdot \pi, 0)$ con $k \in \mathbb{Z}$

Puntos de corte eje Y: $(0, 0)$

Función estrictamente creciente

Asíntotas verticales: $\left\{ \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi \quad \text{con} \quad k \in \mathbb{Z} \right\}$

Función impar:

simétrica respecto al eje de coordenadas

Función cotangente f(x) = cotx

Dominio: $\mathbb{R} - \{ k \cdot \pi \quad \text{con} \quad k \in \mathbb{Z} \}$

Rango o recorrido: $(-\infty, \infty)$

Periódica de periodo π

Puntos de corte eje X: $\left(\frac{\pi}{2} + k \cdot \pi, 0 \right)$ con $k \in \mathbb{Z}$

No corta al eje Y

Función estrictamente decreciente

Asíntotas verticales: $\{ k \cdot \pi \quad \text{con} \quad k \in \mathbb{Z} \}$

Función impar:

simétrica respecto al eje de coordenadas

Función secante f(x) = secX

Dominio: $\mathbb{R}-\left\{\frac{\pi}{2}+k\cdot\pi \quad \text{con} \quad k\in\mathbb{Z}\right\}$

Rango o recorrido: $(-\infty, \ -1] \cup [1, \infty)$

Periódica de periodo 2π

No corta al eje X

Puntos de corte eje Y: $(0, \ 1)$

Asíntotas verticales: $\left\{\frac{\pi}{2}+k\cdot\pi \quad \text{con} \quad k\in\mathbb{Z}\right\}$

Función par: simétrica respecto al eje OY

Función cosecante f(x) = cscx

Dominio: $\mathbb{R}-\{k\cdot\pi \quad \text{con} \quad k\in\mathbb{Z}\}$

Rango o recorrido: $(-\infty, \ -1] \cup [1, \infty)$

Periódica de periodo 2π

No corta al eje X

No corta al eje Y

Asíntotas verticales: $\{k\cdot\pi \quad \text{con} \quad k\in\mathbb{Z}\}$

Función impar:

simétrica respecto al eje de coordenadas

Funciones especiales:

Función valor absoluto, mayor entero contenido, por tramos.

Valor absoluto de una función: |f(x)|

La función **|f(x)|** cambia de signo los resultados negativos de f(x); los resultados positivos los deja iguales. Su gráfica no puede aparecer por debajo del eje OX.

El **valor absoluto** de una función se define como:

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{si} \quad f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{si} \quad f(x) < 0 \end{cases}$$

Ejemplos del valor absoluto de una función

1) f(x) = | 3x - 2 |

$$|3x - 2| = \begin{cases} 3x - 2 & \text{si} \quad 3x - 2 \geq 0 \\ -3x + 2 & \text{si} \quad 3x - 2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2 & \text{si} \quad x \geq \frac{2}{3} \\ -3x + 2 & \text{si} \quad x < \frac{2}{3} \end{cases}$$

Dom(f) = R

Im(f) = [0, +∞)

Puntos de corte:

Para x = 0 sustituimos en:

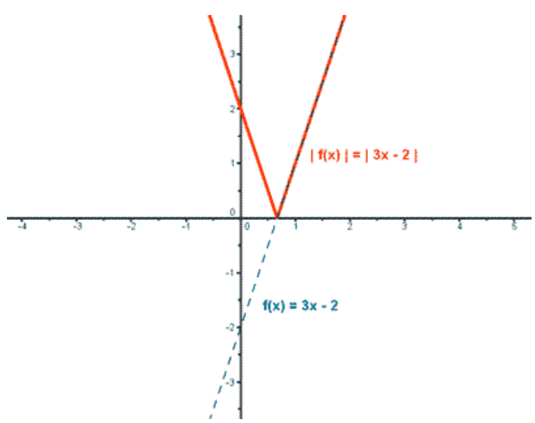
f (0) = - 3·0 + 2 = 2

El punto de corte es:(0, 2)

Para que f(x) = 0 se tiene que:

3x - 2 = 0 → x = 2/3

El punto de corte es: (2/3, 0)



2) $f(x) = | x^2 - 5x + 5 |$

$$\left| x^2 - 5x + 5 \right| = \begin{cases} x^2 - 5x + 5 & \text{si } x^2 - 5x + 5 \geq 0 \\ -x^2 + 5x - 5 & \text{si } x^2 - 5x + 5 < 0 \end{cases}$$

Resolvemos la inecuación: $x^2 - 5x + 5 \geq 0$

$x^2 - 5x + 5 = 0$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$A = \left(-\infty , \frac{5 - \sqrt{5}}{2} \right) , \quad B = \left(\frac{5 - \sqrt{5}}{2}, \frac{5 + \sqrt{5}}{2} \right) , \quad C = \left(\frac{5 + \sqrt{5}}{2}, \infty \right)$$

- Intervalo A: $x = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 5 = 5 > 0$
- Intervalo B: $x = 3 \Rightarrow x^2 - 5x + 5 = 3^2 - 5 \cdot 3 + 5 = -1 < 0$
- Intervalo C: $x = 4 \Rightarrow x^2 - 5x + 5 = 4^2 - 5 \cdot 4 + 5 = 1 > 0$

Por tanto, tendremos que $x^2 - 5x + 5 \geq 0$ en los intervalos A y C.
Y será $x^2 - 5x + 5 < 0$ únicamente en el intervalo B.
La función queda:

$$\left| x^2 - 5x + 5 \right| = \begin{cases} x^2 - 5x + 5 & \text{si } x \leq \frac{5 - \sqrt{5}}{2} \\ -x^2 + 5x - 5 & \text{si } \frac{5 - \sqrt{5}}{2} < x < \frac{5 + \sqrt{5}}{2} \\ x^2 - 5x + 5 & \text{si } \frac{5 + \sqrt{5}}{2} \leq x \end{cases}$$

Dom(f) = R

Im(f) = $[0, +\infty)$

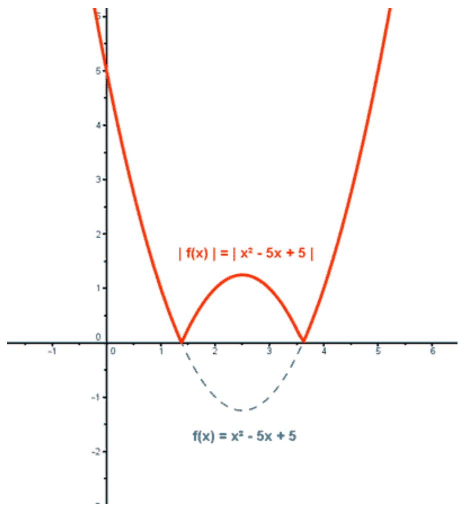
Puntos de corte:

Para $x = 0$ sustituimos en:

$f(0) = 0^2 - 5\cdot 0 + 5 = 5$

El punto de corte es: (0, 5)
Para que f(x) = 0 se tiene que:
$x^2 - 5x + 5 = 0$, es decir:

$$x_1 = \frac{5 + \sqrt{5}}{2} \qquad x_2 = \frac{5 - \sqrt{5}}{2}$$



Función parte entera de x

Ver video https://www.youtube.com/watch?v=1QHFUQq72lE

Parte entera de x: función suelo entero

La **función parte entera de x o función suelo entero** es la que asigna a cada número real x el entero más próximo, pero que sea menor o igual que x.

Se representa por Ent(x) , por medio de **⌊x⌋** , o bien [x].

$$\mathrm{Ent}(x) = \lfloor x \rfloor : \quad \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{Z}$$

Dom f = R , Im f = Z

La función parte entera se puede expresar como una función definida a trozos con infinitos tramos en los que la función es constante.

$\mathrm{Ent}(x) = \lfloor x \rfloor = \{ n \quad \text{si } x \in [n, n+1) \quad \text{con } n \in \mathbb{Z} \}$

$$\text{Ent}(x) = \begin{cases} \ldots \\ -2 & \text{si} \quad x \in [-2, -1) \\ -1 & \text{si} \quad x \in [-1, 0) \\ 0 & \text{si} \quad x \in [0, 1) \\ 1 & \text{si} \quad x \in [1, 2) \\ \ldots \end{cases}$$

f (- 1) = Ent (- 1) = - 1

f (- 0,9) = Ent (- 0,9) = - 1

f (- 0,1) = Ent (- 0,1) = - 1

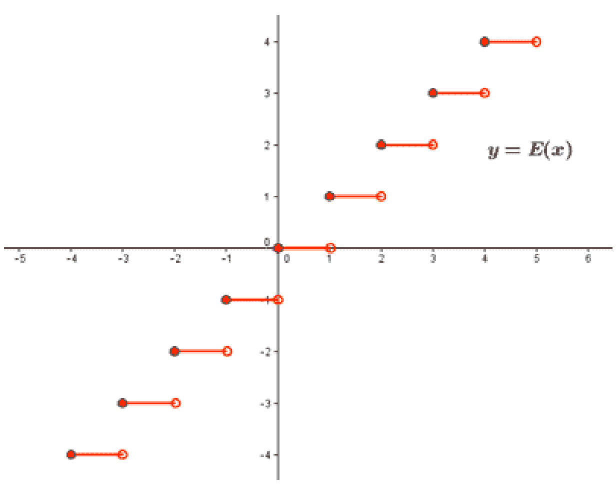
f (0,1) = Ent (0,1) = 0

f (0,9) = Ent (0,9) = 0

f (1) = Ent (1) = 1

f (1,1) = Ent (1,1) = 1

x	–3.4	–0.7	0	1.4	3.8	4.1
y	–4	–1	0	1	3	4



Representa la siguiente función con todas sus características: $y = \text{Ent}(x) + 3 = \lfloor x \rfloor + 3$

$$\text{Ent}(x) + 3 = \begin{cases} \ldots\ldots \\ -1 & \text{si} \quad x \in [-4, -3) \\ 0 & \text{si} \quad x \in [-3, -2) \\ 1 & \text{si} \quad x \in [-2, -1) \\ 2 & \text{si} \quad x \in [-1, 0) \\ \ldots\ldots \end{cases}$$

f (- 1) = Ent (- 1) + 3 = - 1 + 3 = 2

f (- 0,9) = Ent (- 0,9) + 3 = - 1 + 3 = 2

f (- 0,1) = Ent (- 0,1) + 3 = - 1 + 3 = 2

f (0,1) = Ent (0,1) + 3 = 0 + 3 = 3

f (0,9) = Ent(0,9) + 3 = 0 + 3 = 3

f (1) = Ent(1) + 3 = 1 + 3 = 4

f (1,1) = Ent(1,1) + 3 = 1 + 3 = 4

Dom(f) = R

Im(f) = Z

Ent(x) + 3 = {n + 3 si x ∈ [n, n+1) con n ∈ Z}

Puntos de corte:

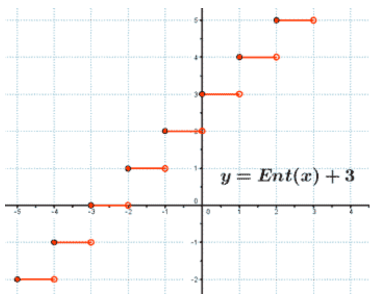
- Para x = 0 tenemos que f(0) = 3 ⇒ El punto de corte es (0, 3)
- Para que f(x) = 0 ⇒ Ent(x) + 3 = 0 ⇒ Ent(x) = - 3 ⇒ Los puntos de corte son todos los puntos del intervalo [- 3, -2) .

Monotonía:

La función parte entera siempre toma valores constantes, por lo tanto, no es creciente ni decreciente.

Máximos y mínimos:

No tiene máximos ni mínimos.



Representa la siguiente función con todas sus características: y = Ent(x/2) = ⌊x/2⌋

$$\mathrm{Ent}\left(\frac{x}{2}\right) = \begin{cases} \ldots\ldots & \\ -1 & \text{si} \quad x \in [-2, 0) \\ 0 & \text{si} \quad x \in [0, 2) \\ 1 & \text{si} \quad x \in [2, 4) \\ 2 & \text{si} \quad x \in [4, 6) \\ \ldots\ldots & \end{cases}$$

f (- 1) = Ent (- 0.5) = - 1

f (- 0,8) = Ent (- 0,4) = - 1

f (- 0,2) = Ent (- 0,1) = - 1

f (0,2) = Ent (0,1) = 0

f (0,8) = Ent(0,4) = 0

f (1) = Ent(0,5) = 0

f (3,6) = Ent(1,8) = 1

Dom(f) = R

Im(f) = Z

Ent(x/2) = { n si x/2 ∈ [n , n+2) con n ∈ Z }

Puntos de corte:

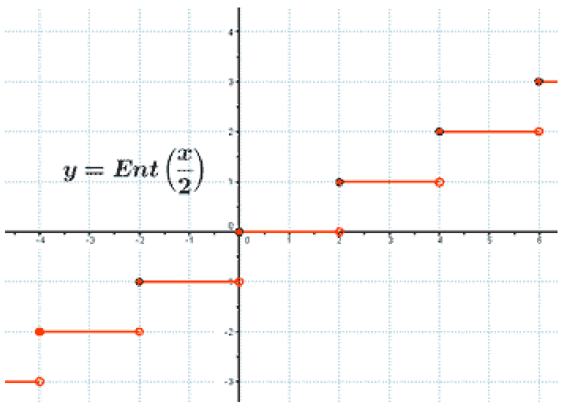
- Para $x = 0$ tenemos que $f(0) = 0$ ⇒ El punto de corte es $(0, 0)$
- Para que $f(x) = 0$ ⇒ $Ent(x/2) = 0$ ⇒ Los puntos de corte son todos los puntos del intervalo $[0, 2)$.

Monotonía:

La función parte entera siempre toma valores constantes, por lo tanto no es creciente ni decreciente.

Máximos y mínimos:

No tiene máximos ni mínimos.



ACTIVIDADES Y ESTRATEGIAS:

Explicación presencial, apoyado en videos para que sean complementados en casa y puedan afianzar los conceptos.

Usar el libro: para realizar los siguientes ejercicios que se asignen en cada tema, realizarlos en el cuaderno.

https://tecevolucion.files.wordpress.com/2018/01/matematicas-11c2ba-vamos-a-aprender.pdf

Puntos de corte con los ejes. Signo de una función.

Realizar los ejercicios página 35. #3, 4. Y la evaluación de aprendizaje: b, g

SIMETRÍA.

Realizar los ejercicios página 37; # 1, 5.b, 5.g, 5.h.

FUNCIONES POLINÓMICAS.

Realizar los ejercicios página 41; # 1, 6, Evaluación de aprendizaje -i. a y b

FUNCIONES RACIONALES.

Realizar los ejercicios página 44; # 1, 2b, 2e, 2L, 5, 9.a, actividad de educación para la sexualidad y la ciudadanía.

Funciones trascendentes:

Función exponencial, logarítmicas

Realizar los ejercicios página 48; 2, 6, 8,9

Funciones trigonométricas

Realizar los ejercicios página 63; 2, 3.

FUNCIONES ESPECIALES.

Función definida a trozos

Realizar los ejercicios página 50; 1. a, 1.b.

Función valor absoluto y parte entera.

Realizar los ejercicios página 53; 1. a, 1.b, 1.k, 2.

Para reforzar los temas vistos realizar los ejercicios de la página 68; 3, 5, 6, 7, 10.

RECURSOS MATERIALES:

Guías didácticas

Libro virtual

https://tecevolucion.files.wordpress.com/2018/01/matematicas-11c2ba-vamos-a-aprender.pdf

videos.

https://www.problemasyecuaciones.com/funciones/polinomica/problemas-resueltos-funcion-constante-lineal-cuadratica-cubica-cortes.html

EVALUACIÓN:

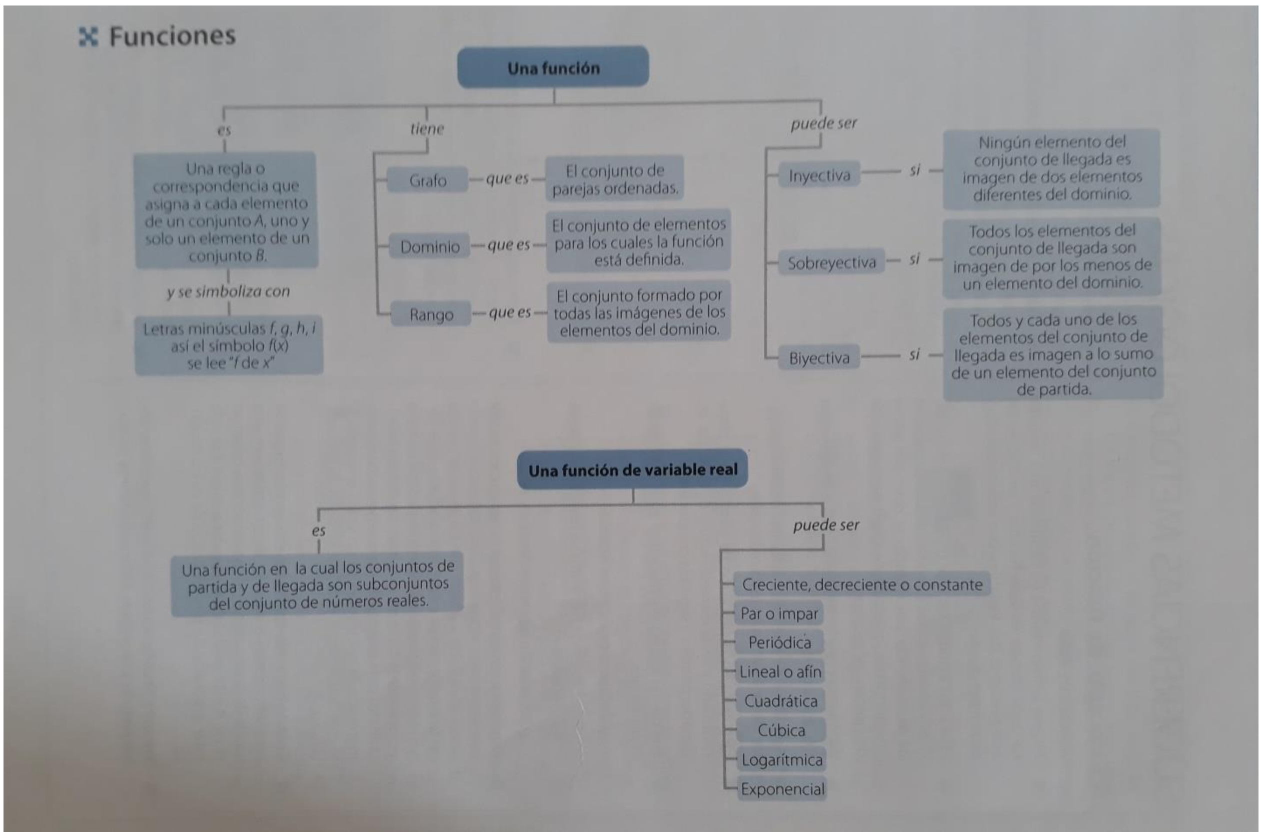
Se realizará la revisión de los talleres trabajados.

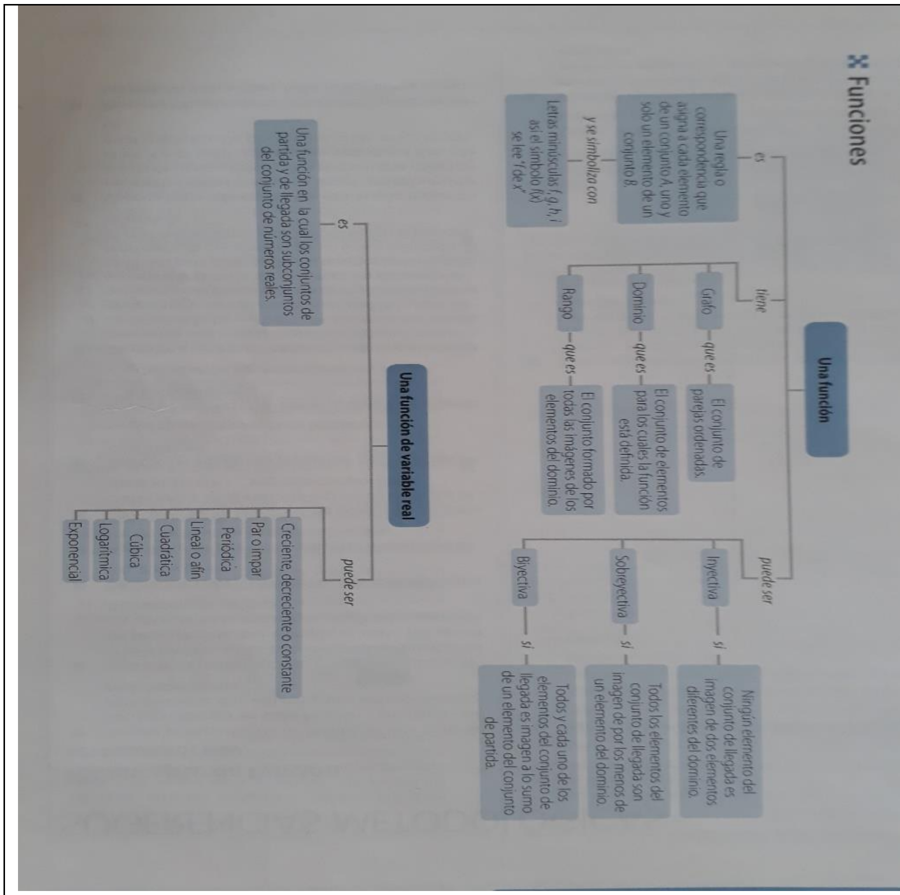
Evaluaciones para revisar los conceptos si fueron comprendidos y aprendidos.

Responder las siguientes preguntas a los temas trabajados:

¿Qué dificultades encontró?

¿Qué acciones de mejoramiento debo realizar?




Funciones
Una función
es
Una regla o correspondencia que asigna a cada elemento de un conjunto A, uno y solo un elemento de un conjunto B.
y se simboliza con
Letras minúsculas f, g, h, i así el símbolo f(x) se lee "f de x"
tiene
Grafo
que es
El conjunto de parejas ordenadas.
Dominio
que es
El conjunto de elementos para los cuales la función está definida.
Rango
que es
El conjunto formado por todas las imágenes de los elementos del dominio.
puede ser
Inyectiva
si
Ningún elemento del conjunto de llegada es imagen de dos elementos diferentes del dominio.
Sobreyectiva
si
Todos los elementos del conjunto de llegada son imagen de por los menos de un elemento del dominio.
Biyectiva
si
Todos y cada uno de los elementos del conjunto de llegada es imagen a lo sumo de un elemento del conjunto de partida.
Una función de variable real
es
Una función en la cual los conjuntos de partida y de llegada son subconjuntos del conjunto de números reales.
puede ser
Creciente, decreciente o constante
Par o impar
Periódica
Lineal o afín
Cuadrática
Cúbica
Logarítmica
Exponencial